Termodinamica delle turbomacchine a fluido comprimibile

Lavoro reale, isoentropico e politropico

Si prendano ora in considerazione le turbomacchine operanti con fluido comprimibile. Si ipotizzi che il fluido di lavoro si comporti come un gas ideale e che le condizioni operative siano stazionarie. Le turbomacchine possono essere studiate assumendo che le trasformazioni che si realizzano in esse possano essere considerate adiabatiche. Se, inoltre, le variazioni dell'energia cinetica e dell'energia potenziale gravitazionale sono trascurabili rispetto alla variazione dell'entalpia del fluido, l'equazione di conservazione dell'energia in forma termodinamica applicata tra la sezione 1 di ingresso nella turbomacchina e la sezione 2 di uscita si riduce a:

$$L_{1-2} = -(h_2 - h_1) = -c_p \cdot (T_2 - T_1) \qquad (8.1)$$

L'equazione di conservazione dell'energia in forma meccanica applicata tra le stesse sezioni si riduce invece a:

$$L = -\int_1^2 v \cdot dp - R \qquad (8.2)$$

Le Eqq. 8.1 e 8.2 fanno riferimento al punto di vista delle macchine motrici. Le corrispondenti relazioni per le macchine operatrici presentano semplicemente il termine al secondo membro di segno invertito.

Turbocompressori

Si incominci prendendo in considerazione il caso dei turbocompressori, macchine operatrici dinamiche impiegate per incrementare la pressione di un gas. Con riferimento al diagramma T-s di Fig. 8.1, la trasformazione reale 1-2_r che il gas subisce avviene ad entropia crescente determinando una temperatura di fine compressione superiore a quella che si avrebbe con la trasformazione isoentropica 1-2_{is} operante fra le stesse pressioni.

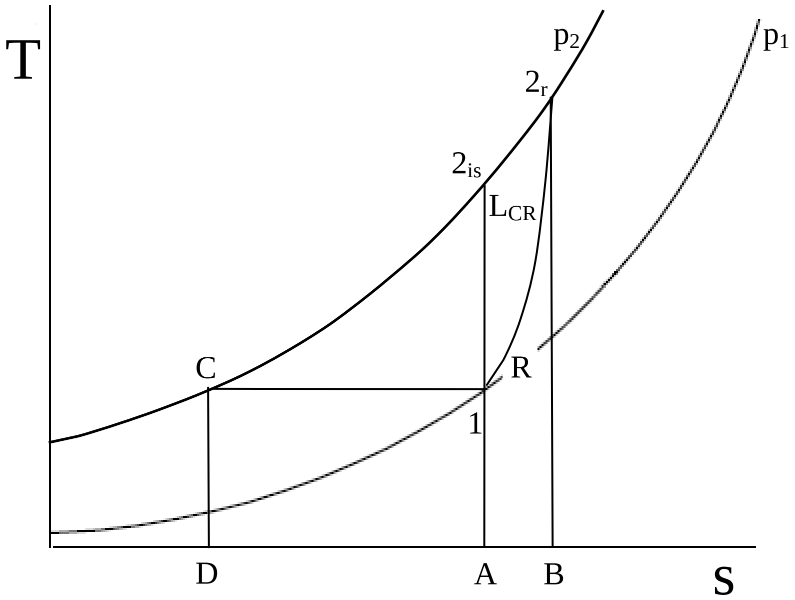

Fig. 8.1 – Trasformazione di compressione

Ponendosi nell'ottica delle macchine operatrici, il lavoro reale $L_{1\text{-}2r}$ che il compressore compie sul fluido è:

$$L_{1-2r} = h_{2r} - h_1 = \frac{k \cdot R}{k-1} \cdot (T_{2r} - T_1) \tag{8.3}$$

Il lavoro isoentropico $L_{1\text{-}2is}$ compiuto lungo la trasformazione isoentropica è invece:

$$L_{1-2is} = h_{2is} - h_1 = \frac{k \cdot R}{k-1} \cdot (T_{2is} - T_1) \tag{8.4}$$

Indicando con β il rapporto di compressione:

$$\beta = \frac{p_2}{p_1} \tag{8.5}$$

il lavoro isoentropico può essere espresso:

$$L_{1-2is} = \frac{k \cdot R}{k-1} \cdot T_1 \cdot \left(\frac{T_{2is}}{T_1} - 1 \right) = \frac{k \cdot R}{k-1} \cdot T_1 \cdot \left(\beta^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right) \tag{8.6}$$

Si consideri anche la trasformazione politropica di indice n>k che porti il gas dalle condizioni iniziali 1 a quelle finali 2_r. Si ipotizzi inoltre che questa trasformazione approssimi l'evoluzione del gas lungo la trasformazione reale 1-2_r. Indicando con *v* il volume specifico del gas, si ha:

$$p \cdot v^n = \text{cost} = p_1 \cdot v_1^n \tag{8.7}$$

da cui si può scrivere:

$$v = \left(\frac{p_1}{p}\right)^{\frac{1}{n}} \cdot v_1 \tag{8.8}$$

Trattandosi di una trasformazione reversibile in cui si verifica scambio di calore, si può valutare il lavoro di compressione L_{1-2r_pol} scambiato lungo di essa ricorrendo alla Eq. 8.2 in cui si ponga R=0. Si ottiene:

$$\begin{aligned} L_{1-2r\_pol} &= \int_1^{2r} \left(\frac{p_1}{p}\right)^{\frac{1}{n}} \cdot v_1 \cdot dp = \frac{n}{n-1} \cdot p_1^{\frac{1}{n}} \cdot v_1 \cdot \left(p_2^{\frac{n-1}{n}} - p_1^{\frac{n-1}{n}} \right) = \\ &= \frac{n}{n-1} \cdot p_1 \cdot v_1 \cdot \left(\beta^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right) = \frac{n \cdot R}{n-1} \cdot T_1 \cdot \left(\beta^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right) \end{aligned} \tag{8.9}$$

Sfruttando la trasformazione politropica, lungo la quale si ha:

$$\frac{T_{2r}}{T_1} = \beta^{\frac{n-1}{n}} \tag{8.10}$$

il lavoro reale può essere espresso come:

$$L_{1-2r} = \frac{k \cdot R}{k-1} \cdot T_1 \cdot \left(\frac{T_{2r}}{T_1} - 1 \right) = \frac{k \cdot R}{k-1} \cdot T_1 \cdot \left(\beta^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right) \tag{8.11}$$

Dalla definizione del calore specifico a pressione costante, il termine al secondo membro della Eq. 8.1 rappresenta l'opposto del calore scambiato per unità di massa del gas in una trasformazione isobara evolvente fra le stesse temperature iniziale e finale. Secondo il punto di vista delle macchine operatrici, il lavoro compiuto sul fluido corrisponde pertanto a tale calore. Per una trasformazione reversibile, in virtù del secondo principio della termodinamica, questo calore può essere determinato come:

$$Q_e = \int_1^2 T \cdot ds \tag{8.12}$$

In un diagramma T-s il lavoro di compressione è pertanto rappresentato dall'area sottesa dal tratto di una generica isobara (le curve isobare sono tra loro traslate orizzontalmente) compreso tra le temperature T_1 e T_2.
In virtù di queste considerazioni, facendo riferimento alla trasformazione reale e a quella isoentropica riportate in Fig. 8.1, risulta:

- $L_{1\text{-}2r}$ = Area $B2_rCD$;

- $L_{1\text{-}2is}$ = Area $A2_{is}CD$.

Applicando il principio di conservazione dell'energia in forma termodinamica alla trasformazione politropica, si ha:

$$L_{1-2r\_pol} = (h_{2r} - h_1) - Q_e \qquad (8.13)$$

Il termine h_{2r}-h_1 corrisponde a $L_{1\text{-}2r}$ ed è pertanto rappresentato dall'area $B2_rCD$, mentre il termine Q_e deve essere valutato lungo la trasformazione politropica ed è quindi rappresentato dall'area $A12_rB$. Ne consegue, pertanto che:

- $L_{1\text{-}2r\_pol}$ = Area $A12_rCD$.

Se si considera la trasformazione adiabatica reale, il lavoro perso per attrito lungo di essa può essere valutato grazie al secondo principio della termodinamica come:

$$R = \int_1^2 T \cdot ds \qquad (8.14)$$

L'integrale al secondo membro coincide con il calore scambiato lungo la trasformazione politropica, quindi risulta:

- R = Area $A12_rB$.

Il lavoro compiuto dalle forze d'attrito degenera in calore (generazione interna) che viene assorbito dal gas analogamente a come viene ricevuto dall'esterno nella trasformazione politropica. Si può quindi ritenere che la trasformazione adiabatica reale e quella politropica si differenzino per le sole perdite meccaniche per attrito. L'ammontare di queste ultime può pertanto essere valutato dalla differenza tra il lavoro adiabatico reale e quello politropico.
Si può quindi constatare che la differenza fra il lavoro adiabatico reale e quello isoentropico non è pari alle sole perdite per attrito, ma è dato

dalla somma di queste ultime e di un ulteriore termine, detto **lavoro di controrecupero**, L_{CR}, rappresentato dall'area $12_{is}2_r$. Questo contributo rappresenta la differenza tra il lavoro politropico e quello isoentropico ed è dovuto al lavoro aggiuntivo che è necessario spendere per vincere l'aumento del volume specifico del gas dovuto all'apporto di calore, sia che questo provenga dall'esterno sia che venga generato internamente.
Per valutare la "bontà" della trasformazione reale si può prendere come trasformazione di riferimento sia l'isoentropica che la politropica. Nel primo caso si considera l'effetto congiunto dell'attrito e del controrecupero mentre nel secondo caso si valutano le sole perdite per attrito.
Si definisce pertanto il **rendimento isoentropico di compressione** $\eta_{is,c}$ come:

$$\eta_{is,c} = \frac{L_{1-2is}}{L_{1-2r}} = \frac{h_{2is} - h_1}{h_{2r} - h_1} = \frac{T_{2is} - T_1}{T_{2r} - T_1} = \frac{\beta^{\frac{k-1}{k}} - 1}{\beta^{\frac{n-1}{n}} - 1} \qquad (8.15)$$

Il **rendimento politropico di compressione** $\eta_{pol,c}$ è invece definito:

$$\eta_{pol,c} = \frac{L_{1-2r\_pol}}{L_{1-2r}} = \frac{\frac{n}{n-1}}{\frac{k}{k-1}} \qquad (8.16)$$

Da quest'ultima si ricava:

$$\frac{n-1}{n} = \frac{1}{\eta_{pol,c}} \cdot \frac{k-1}{k} \qquad (8.17)$$

per cui il rendimento isoentropico può essere espresso come:

$$\eta_{is,c} = \frac{\beta^{\frac{k-1}{k}} - 1}{\beta^{\frac{1}{\eta_{pol,c}} \cdot \frac{k-1}{k}} - 1} \qquad (8.18)$$

Essendo $L_{1-2is} < L_{1-2r\_pol}$ consegue che $\eta_{is,c} < \eta_{pol,c}$. Si osserva che il rendimento politropico è indipendente dal rapporto di compressione. Il rendimento isoentropico è invece funzione di β e dello stesso $\eta_{pol,c}$.

Guida allo studio

Si ricavi l'espressione del lavoro di compressione reale.

Si ricavi l'espressione del lavoro di compressione isoentropico.

Si ricavi l'espressione del lavoro di compressione politropico.

Guida allo studio

Si focalizzi l'attenzione sul significato fisico del lavoro delle forze di attrito e del lavoro di controrecupero in una trasformazione di compressione.

Guida allo studio

Si definiscano il rendimento isoentropico ed il rendimento politropico di compressione.